

Тема: Підсумковий урок за темою «Показникова та логарифмічна функції»

Мета:

- *Навчальна:* систематизувати і узагальнити знання учнів з теми «Показникова та логарифмічна функції», закріплювати вміння розв'язувати задачі цього тематичного блоку;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння виконувати завдання на основі отриманих знань;
- *Виховна:* виховувати наполегливість; вміння робити правильні висновки та бачити кінцеву мету;

Компетенції (соціальна та громадянська):

- *Уміння:* висловлювати власну думку, слухати і чути інших, оцінювати аргументи та змінювати думку на основі доказів; аргументувати та відстоювати свою позицію; співпрацювати в команді, виділяти та виконувати власну роль в командній роботі;
- *Ставлення:* ощадливість і поміркованість; рівне ставлення до інших незалежно від статків, соціального походження; відповідальність за спільну справу; налаштованість на логічне обґрунтування позиції без передчасного переходу до висновків; повага до прав людини, активна позиція щодо боротьби із дискримінацією;
- *Навчальні ресурси:* моделювання власної освітньої траєкторії; завдання ймовірного змісту;

Тип уроку: удосконалення умінь і навичок;

Обладнання: опорний конспект, навчальна презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

«Показникова функція»

- Сформулюйте означення показникової функції

Функція виду $y = a^x$ $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$ називається *показниковою*

- Поясніть цю властивість $D(f) = \mathbb{R}$

Областю визначення показникової функції є множина дійсних чисел



- Поясніть цю властивість $E(f) = (0; \infty)$
Областю значень показникової функції є множина $(0; \infty)$
- Поясніть цю властивість $y > 0$ при всіх значеннях $x \in \mathbb{R}$
Показникова функція немає нулів, і проміжок $(-\infty; +\infty)$ є проміжком її знакосталості
- Поясніть цю властивість «При $a > 1$ зростаюча; При $0 < a < 1$ спадна»
При $a > 1$ зростає на всій області визначення
При $0 < a < 1$ спадає на всій області визначення

«Показникові рівняння»

- Яку теорему використаємо для розв'язку показникового рівняння?
$$a^{x_1} = a^{x_2} \mid a > 0 \text{ і } a \neq 1 \mid \Leftrightarrow x_1 = x_2$$
- Який із неї слідує наслідок?
$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \mid a > 0 \text{ і } a \neq 1 \mid \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$
- Які ми знаємо методи розв'язування показникових рівнянь?
- Поясніть сутність цього методу:
 - Метод зведення обох частин рівняння до степенів з однаковими основами.
 - Метод введення нової змінної.
 - Функціонально-графічний метод.

«Показникові нерівності»

- Яку теорему використаємо для розв'язку показникової нерівності?
Якщо $a > 1$ і $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, то $f(x) > g(x)$
Якщо $0 < a < 1$, то $f(x) < g(x)$
- Поясніть, які методи можемо використовувати для розв'язку показникових нерівностей?
 - Метод зведення обох частин нерівності до степенів з однаковими основами.
 - Метод введення нової змінної
 - Функціонально-графічний метод

«Логарифм і його властивості»

- Сформулюйте означення логарифма
Логарифмом додатного числа b з основою a , де $a > 0$ і $a \neq 1$, називають показник степеня до якого потрібно піднести число a , щоб отримати число b
- Сформулюйте теорему про логарифм добутку
(Логарифм добутку додатних чисел дорівнює сумі логарифмів множників)

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$



- Які умови накладаються на цю теорему?

$$\forall a > 0, a \neq 1 \text{ і } x > 0, y > 0$$

- Сформулюйте теорему про логарифм частки

(Логарифм частки додатних чисел дорівнює різниці логарифмів діленого і дільника)

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

- Які умови накладаються на цю теорему?

$$\forall a > 0, a \neq 1 \text{ і } x > 0, y > 0$$

- Сформулюйте теорему про логарифм степеня

(Логарифм степеня додатного числа дорівнює добутку показника степеня на логарифм основи цього степеня)

$$\log_a x^\beta = \beta \log_a x$$

- Які умови накладаються на цю теорему?

$$\text{Якщо } a > 0, a \neq 1 \text{ і } x > 0, \text{ то } \forall \beta \in \mathbb{R}$$

- Сформулюйте теорему про перехід від однієї основи логарифма до іншої

(Логарифм додатного числа b за старою основою a дорівнює логарифму цього самого числа b за новою основою c , поділеному на логарифм старої основи a за новою основою c)

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- Які умови накладаються на цю теорему?

$$\forall a > 0, b > 0, c > 0 \text{ і } a \neq 1, c \neq 1$$

«Логарифмічна функція»

- Сформулюйте означення логарифмічної функції

Функція виду $y = \log_a x \left| \begin{matrix} a > 0 \\ a \neq 1 \end{matrix} \right.$ називається логарифмічною

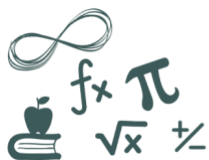
(Де x – аргумент, a – додатне і відмінне від 1 дане дійсне число)

- Якщо $a > 0$ і $a \neq 1$, то при яких значеннях « x » вираз $y = \log_a x$ буде мати зміст?

При $a > 0$ і $a \neq 1$ вираз $y = \log_a x \left| \Rightarrow D(f) = (0; +\infty) \right.$ має зміст лише для додатних значень x

- Скільки нулів має логарифмічна функція?

$y = 0$ при $x = 1$ (Функція $y = \log_a x$ має єдиний нуль $x = 1$)



- Вкажіть проміжки знакосталості при $a > 1$

$$a > 1 \quad \left| \begin{array}{l} y < 0 \text{ при } x \in (0; 1) \\ y > 0 \text{ при } x \in (1; +\infty) \end{array} \right.$$

(Якщо $a > 1$, то $y < 0$ на проміжку $(0; 1)$; $y > 0$ на проміжку $(1; +\infty)$)

- Вкажіть проміжки знакосталості при $0 < a < 1$

$$0 < a < 1 \quad \left| \begin{array}{l} y < 0 \text{ при } x \in (1; +\infty) \\ y > 0 \text{ при } x \in (0; 1) \end{array} \right.$$

(Якщо $0 < a < 1$, то $y < 0$ на проміжку $(1; +\infty)$; $y > 0$ на проміжку $(0; 1)$)

- Вкажіть проміжки монотонності при $a > 1$

$a > 1$ зростає на $(0; +\infty)$ (Функція $y = \log_a x$ є зростаючою при $a > 1$ на проміжку $(0; +\infty)$)

- Вкажіть проміжки монотонності при $0 < a < 1$

$0 < a < 1$ спадає на $(0; +\infty)$ (Функція $y = \log_a x$ є спадною при $0 < a < 1$ на проміжку $(0; +\infty)$)

«Логарифмічні рівняння»

- Як можемо розв'язати найпростіше логарифмічне рівняння?

Найпростіші логарифмічні рівняння можна розв'язати використовуючи означення логарифма

- Як розв'язати рівняння виду $\log_a f(x) = \log_a g(x)$?

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \quad \left| \begin{array}{l} a > 0, a \neq 1 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

- Які методи можемо використовувати для розв'язування логарифмічних рівнянь?

- Рівняння, які зводяться до простіших за допомогою перетворень
- Заміна змінних у логарифмічних рівняннях
- Графічний спосіб
- ...

«Логарифмічні нерівності»

- Як розв'язати найпростішу логарифмічну нерівність?

$$\log_a x > b, a > 1, b - \text{число}$$

$$\log_a x > \log_a a^b \Rightarrow x > a^b$$

$$\log_a x > b, 0 < a < 1, b - \text{число}$$

$$\log_a x > \log_a a^b \Rightarrow x < a^b$$

- Як розв'язати нерівність виду $\log_a f(x) > \log_a g(x)$?

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \quad \left| \begin{array}{l} a > 1 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \quad \left| \begin{array}{l} 0 < a < 1 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$



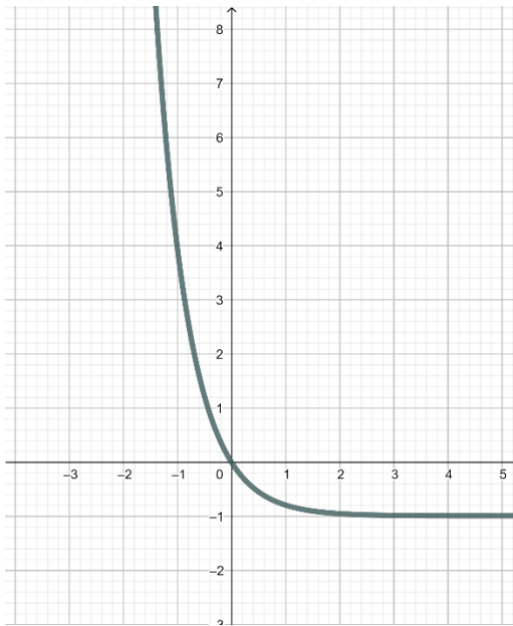
III. Розв'язування задач

№1

Побудуйте графік функції $f(x) = 0,2^x - 1$ та знайдіть:

- 1) Область визначення функції;
- 2) Проміжки зростання або спадання функції;
- 3) Область значень функції;

Розв'язок:



- 1) Область визначення функції:
 $D(f) = R$
- 2) Проміжки зростання або спадання функції: функція (f) спадає на всій області визначення (R);
- 3) Область значень функції:
 $E(f) = (-1; +\infty)$;

№2

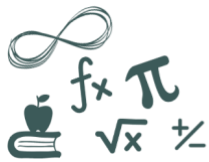
Розв'яжіть рівняння і нерівність:

- 1) $3^x + 3^{x+1} = 108$
- 2) $\log_2^2 x - 4 \log_2 x = -3$
- 3) $\log_{\frac{1}{7}}(2x - 1) > -1$

Розв'язок:

1) $3^x + 3^{x+1} = 108$
 $3^x + 3^{x+1} = 3^4 + 3^3$ (Так як $108 = 3^4 + 3^3$)
 $3^x(1 + 3^1) = 3^3(3^1 + 1)$
 $3^x = 3^3$
 $x = 3$

Відповідь: 3;



2) $\log_2^2 x - 4 \log_2 x = -3$

Нехай $\log_2 x = t$:

$$t^2 - 4t = -3$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

За теоремою Вієта $\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \end{cases}$

$$\begin{array}{l} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \\ \log_2 x = t \end{array} \left| \Rightarrow \log_2 x = 3 \right| \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 8 \\ x_2 = 2 \end{array}$$

Відповідь: 2; 8

3) $\log_{\frac{1}{7}}(2x - 1) > -1$

$$\log_{\frac{1}{7}}(2x - 1) > \log_{\frac{1}{7}} 7$$

$$\begin{cases} 2x - 1 < 7 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x < 8 \\ 2x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Відповідь: $(\frac{1}{2}; 4)$

№3

Розв'яжіть рівняння:

1) $\log_2 x^2 = 9 + \log_{0,5} x$

2) $2 \log_2 x^4 + \log_x 2 + 9 = 0$

Розв'язок:

1) $\log_2 x^2 = 9 + \log_{0,5} x$

$$\log_2 x^2 = 9 + \log_{2^{-1}} x$$

$$2 \log_2 x = 9 - \log_2 x \quad \left(\begin{array}{l} \text{Використали теорему про} \\ \text{логарифм степеня} \end{array} \right)$$

$$2 \log_2 x + \log_2 x - 9 = 0$$

Нехай $\log_2 x = t$:

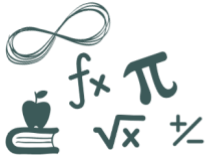
$$2t + t - 9 = 0$$

$$3t = 9$$

$$t = 3$$

$$\begin{array}{l} t = 3 \\ \log_2 x = t \end{array} \left| \Rightarrow \log_2 x = 3 \Rightarrow x = 8 \right.$$

Відповідь: 8;



$$2) 2 \log_2 x^4 + \log_x 2 + 9 = 0$$

$$8 \log_2 x + \frac{\log_2 2}{\log_2 x} + 9 = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{Використали теорему про} \\ \text{логарифм степеня та теорему} \\ \text{про перехід від однієї основи} \\ \text{логарифма до іншої} \end{array} \right)$$

$$8 \log_2^2 x + 1 + 9 \log_2 x = 0 \quad (\cdot \log_2 x)$$

$$8 \log_2^2 x + 9 \log_2 x + 1 = 0$$

Нехай $\log_2 x = t$:

$$8t^2 + 9t + 1 = 0$$

$$D = 81 - 32 = 49 = 7^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-9 \pm 7}{16} = \begin{cases} t_1 = -\frac{2}{16} = -\frac{1}{8} \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} t_1 = -\frac{1}{8} \\ t_2 = -1 \\ \log_2 x = t \end{array} \right| \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \log_2 x = -\frac{1}{8} \\ \log_2 x = -1 \end{array} \right| \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 2^{-\frac{1}{8}} \\ x = \frac{1}{2} \end{array} \right|$$

Відповідь: $2^{-\frac{1}{8}}; \frac{1}{2}$

№4

Розв'яжіть нерівність:

$$1) 0,5^{\frac{x^2-4}{x}} \geq 0,125$$

Розв'язок:

$$1) 0,5^{\frac{x^2-4}{x}} \geq 0,125$$

$$0,5^{\frac{x^2-4}{x}} \geq 0,5^3$$

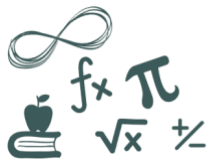
$$\frac{x^2-4}{x} \leq 3$$

$$\frac{x^2-4}{x} - 3 \leq 0$$

$$\frac{x^2-4-3x}{x} \leq 0$$

$$\frac{x^2-3x-4}{x} \leq 0$$

$$\frac{(x-4)(x+1)}{x} \leq 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{Розклали квадратний тричлен} \\ \text{на лінійні множники} \\ ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2) \end{array} \right)$$



1. ОДЗ: $x \neq 0$

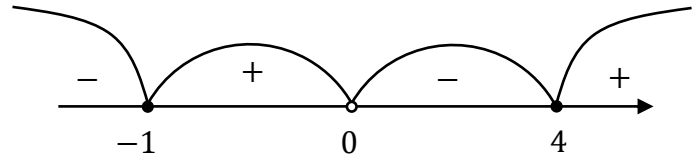
2. Нулі функції $f(x)$: $\frac{(x-4)(x+1)}{x} = 0$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -1$$

*Врахуємо знак нерівності
« \leq » та ОДЗ, розв'язком буде
проміжок $(-\infty; -1] \cup (0; 4]$



№5

Скільки цілих значень входять в область визначення функції?

1) $y = \log_{17}(-x^2 - 5x + 14)$

2) $y = \log_{13}(-x^2 + 8x + 9)$

Розв'язок:

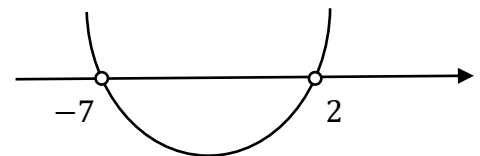
1) $y = \log_{17}(-x^2 - 5x + 14)$

ОДЗ: $-x^2 - 5x + 14 > 0$

$$x^2 + 5x - 14 > 0$$

За теоремою Вієта $\begin{cases} x_1 = -7 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

Відповідь: 8.



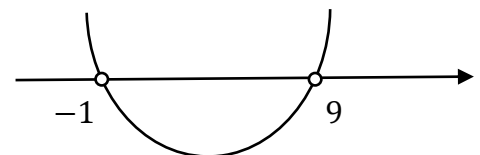
2) $y = \log_{13}(-x^2 + 8x + 9)$

ОДЗ: $-x^2 + 8x + 9 > 0$

$$x^2 - 8x - 9 > 0$$

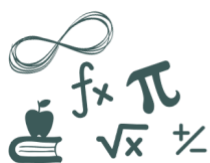
За теоремою Вієта $\begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

Відповідь: 9.



IV. Підсумок уроку

- Обговорити деталі матеріалу вивченої теми в класі, вияснити та узагальнити загальні проблеми класу, вислухати та дати відповідь на запитання учнів класу;



Математика НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ, 11 КЛАС

Рівень стандарту



V. Домашнє завдання

Повторити §1

Виконати завдання «Перевірте себе» на ст. 45-46

Мерзляк А.Г.

Повторити §1-7

Виконати завдання для перевірки знань на ст. 72

Істер О.С.

Повторити §1-5

Виконати завдання для підготовки до оцінювання на ст. 73

Нелін Є.П.

Повторити §1-4

Виконати тематичні тести на ст. 40

Бевз Г.П.